# Anhang A Einheiten und physikalische Konstanten

*Jolitorax: Les Romains mesurent les distances en pas, nous en pieds.*
*Obélix: En pieds?*
*Jolitorax: Il faut six pieds pour faire un pas.*
*Obélix: Ils sont fous, ces Bretons!*

*(Goscinny/Uderzo: Astérix chez les Bretons)*

## SI-Einheiten

Das international anerkannte Einheitensystem ist das „**S**ystème **I**nternational d'unités" (SI), eine Erweiterung des Meter–Kilogramm–Sekunde-Systems. Im SI-System sind folgende Basis-Einheiten festgelegt:

| Physikalische Größe | SI-Einheit | Symbol |
|---|---|---|
| Länge | Meter | m |
| Masse | Kilogramm | kg |
| Zeit | Sekunde | s |
| elektrische Stromstärke | Ampère | A |
| absolute Temperatur | Kelvin | K |
| Lichtstärke | Candela | cd |
| Stoffmenge | Mol | mol |

Abgeleitete SI-Einheiten mit besonderem Namen sind:

| Physikalische Größe | Name | Symbol | Definition |
|---|---|---|---|
| Frequenz | Hertz | $\mathrm{Hz} =$ | $\mathrm{s^{-1}}$ |
| Kraft | Newton | $\mathrm{N} =$ | $\mathrm{kg\ m\ s^{-2} = J\,m^{-1}}$ |
| Druck | Pascal | $\mathrm{Pa} =$ | $\mathrm{kg\ m^{-1}\,s^{-2} = N\,m^{-2}}$ |
| Energie | Joule | $\mathrm{J} =$ | $\mathrm{kg\ m^2\ s^{-2} = N\,m}$ |
| Leistung | Watt | $\mathrm{W} =$ | $\mathrm{kg\ m^2\ s^{-3} = J\,s^{-1}}$ |
| elektrische Ladung | Coulomb | $\mathrm{C} =$ | $\mathrm{s\ A = J\,V^{-1}}$ |
| elektrische Spannung | Volt | $\mathrm{V} =$ | $\mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}\,A^{-1} = J\,C^{-1}}$ |
| elektrischer Widerstand | Ohm | $\Omega =$ | $\mathrm{kg\ m^2\ s^{-3}\,A^{-2} = V\,A^{-1}}$ |
| elektrischer Leitwert | Siemens | $\mathrm{S} =$ | $\mathrm{kg^{-1}\,m^{-2}\,s^3\ A^2} = \Omega^{-1}$ |
| elektrische Kapazität | Farad | $\mathrm{F} =$ | $\mathrm{kg^{-1}\,m^{-2}\,s^4\ A^2 = C\,V^{-1}}$ |
| magnetische Induktion | Tesla | $\mathrm{T} =$ | $\mathrm{kg\ s^{-2}\,A^{-1} = V\,s\,m^{-2}}$ |

Hieraus ergibt sich folgende, praktisch wichtige Beziehung zur Umrechnung von Energie-Einheiten:

$$\mathrm{J = N\,m = W\,s = Pa\,m^3 = C\,V}\ .$$

### DEZIMALE VIELFACHE VON SI-EINHEITEN

Dezimale Vielfache von SI-Einheiten mit eigenem Namen (siehe oben) werden durch Vorsilben gekennzeichnet:

| Vielfaches | Vorsilbe | Symbol |
|---|---|---|
| $10^{18}$ | Exa | E |
| $10^{15}$ | Peta | P |
| $10^{12}$ | Tera | T |
| $10^{9}$ | Giga | G |
| $10^{6}$ | Mega | M |
| $10^{3}$ | Kilo | k |
| $10^{2}$ | Hekto | h |
| $10^{1}$ | Deka | da |

| Vielfaches | Vorsilbe | Symbol |
|---|---|---|
| $10^{-1}$ | Dezi | d |
| $10^{-2}$ | Zenti | c |
| $10^{-3}$ | Milli | m |
| $10^{-6}$ | Mikro | $\mu$ |
| $10^{-9}$ | Nano | n |
| $10^{-12}$ | Piko | p |
| $10^{-15}$ | Femto | f |
| $10^{-18}$ | Atto | a |

Häufig benutzt werden insbesondere folgende dezimale Vielfache von SI-Einheiten:

| Physikalische Größe | Name | Symbol | Definition |
|---|---|---|---|
| Länge | Ångström | Å | $= 10^{-10}\,\mathrm{m}$ |
| Volumen | Liter | $\ell$ | $= \mathrm{dm}^3 = 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ |
| Masse | Tonne | t | $= 10^3\,\mathrm{kg}$ |
| Druck | Bar | bar | $= 10^5\,\mathrm{Pa} = 10^6\,\mathrm{dyn\,cm}^{-2}$ |
| Konzentration (Molarität) | Mol pro Liter | M | $= \mathrm{mol}\,\ell^{-1} = 10^3\,\mathrm{mol\,m}^{-3}$ |
| Kraft | Dyn | dyn | $= \mathrm{g\,cm\,s}^{-2} = 10^{-5}\,\mathrm{N}$ |
| Energie | Erg | erg | $= \mathrm{dyn\,cm} = 10^{-7}\,\mathrm{J}$ |

Die beiden letzten Einheiten Dyn und Erg gehören zu dem in der älteren Literatur beliebten Zentimeter–Gramm–Sekunde-System (cgs-System).

### HÄUFIG BENUTZTE SI-FREMDE EINHEITEN

| Physikalische Größe | Name | Symbol | Definition |
|---|---|---|---|
| Masse | atomare Masseneinheit | u | $= \mathrm{g\,mol}^{-1}\,\mathcal{N}^{-1} \approx 1{,}66054 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ |
| Zeit | Minute | min | $= 60\,\mathrm{s}$ |
| | Stunde | h | $= 3\,600\,\mathrm{s}$ |
| | Tag | d | $= 86\,400\,\mathrm{s}$ |
| | Jahr | a | $\approx 31{,}56 \cdot 10^6\,\mathrm{s}$ |
| Kraft | Kilopond | kp | $= 9{,}80665\,\mathrm{N}$ |
| Druck | Atmosphäre | atm | $= 101\,325\,\mathrm{Pa}$ |
| | Torr (mm Quecksilber) | Torr | $\approx \frac{1}{760{,}00}\,\mathrm{atm}$ |
| Energie | Kalorie | cal | $= 4{,}184\,\mathrm{J}$ |
| | Elektronenvolt | eV | $= e \cdot 1\,\mathrm{V} \approx 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$ |
| elektr. Dipolmoment | Debye | D | $= 10^{-18}\,\mathrm{cm}^{5/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{s}^{-1}$ [cgs] $\approx 3{,}3356 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{C\,m} \approx e \cdot 0{,}2\,\text{Å}$ |

## SPEKTROSKOPISCHE ENERGIEEINHEITEN

In der Spektroskopie werden Energien in $\mathrm{cm}^{-1}$, den sogenannten *Wellenzahlen* $\tilde{\nu}$, angegeben. Es handelt sich dabei, salopp gesprochen, um die Anzahl pro *Längen*einheit der Wellenberge oder -täler eines Lichtquants der angegebenen Energie. Die Wellenzahl $\tilde{\nu}$ ist offensichtlich der Kehrwert der Wellenlänge $\lambda$ und damit proportional zur Frequenz $\nu$:

$$\tilde{\nu} := \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}\,.$$

Zwischen der Frequenz $\nu$ und der Energie $E$ gilt die bekannte Beziehung

$$E = h\nu\,;$$

wobei $h$ das Plancksche Wirkungsquantum bezeichnet. Daraus folgt

$$\tilde{\nu} = \frac{E}{hc}\,,$$

woraus ersichtlich ist, daß die Wellenzahl $\tilde{\nu}$ proportional zur Energie $E$ ist. Wellenzahlen können leicht in andere Energieeinheiten umgerechnet werden; z. B. gilt:

$$1\,\mathrm{cm}^{-1} \mathrel{\hat{=}} 1{,}9865 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J}\,.$$

In der Molekülstatistik muß man oft Ausdrücke der Form $e^{-E/kT}$ berechnen, wobei $E$ eine Energie, $T$ die absolute Temperatur und $k$ die sogenannte Boltzmann-Konstante d. h. die durch die Avogadro-Konstante dividierte Gaskonstante bezeichnet. Dies ist besonders einfach, wenn man statt $E$ die Größe $E/k$ angibt. Da $E/k$ die Dimension einer Temperatur hat, sagt man – etwas salopp –, daß man die Energie $E$ in *Kelvin* angibt. Praktisch ist die Beziehung

$$1\,\mathrm{cm}^{-1} \mathrel{\hat{=}} 1{,}4388\,\mathrm{K}\,.$$

## ATOMARE EINHEITEN

Die Theorie und numerische Rechnungen sind oftmals genauer als unsere empirische Kenntnis der Naturkonstanten; daher ist es sinnvoll, die dimensionsbehafteten Naturkonstanten aus der Theorie zu eliminieren. Da SI-Einheiten auf den vier Basiseinheiten m, kg, s, A beruhen, kann man vier Naturkonstanten als Referenzgrößen wählen. Somit definieren wir

$$\begin{aligned} m_\mathrm{e} &= 1 \text{ atomare Einheit der Masse} \\ e &= 1 \text{ atomare Einheit der Ladung} \\ \hbar &= 1 \text{ atomare Einheit der Wirkung} \\ 1/4\pi\varepsilon_0 &= 1 \text{ atomare Einheit der Dielektrizität.} \end{aligned}$$

Beispiel Für die Coulomb-Wechselwirkung $V$ zwischen zwei Kernen mit den Ortsvektoren $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ und den Ladungen $Z_1 e$ und $Z_2 e$ gilt

$$\begin{aligned} V &= \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 |\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|} \qquad \text{(in Joule),} \\ &= \frac{Z_1 Z_2}{|\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_2|} \qquad \text{(in atomaren Einheiten).} \end{aligned}$$

Im Gegensatz zu der sonst üblichen Gepflogenheit betrachtet man beim Rechnen mit atomaren Einheiten alle Größen als *dimensionslos*. Die Bequemlichkeit der einfacher aussehenden Formeln wird dadurch erkauft, daß keine Möglichkeit mehr besteht, Rechenfehler durch einfache Dimensionsbetrachtungen ausfindig zu machen.

Aus den gleich eins gesetzten Naturkonstanten leiten sich dann die übrigen Einheiten ab:

| Physikalische Größe | Atomare Einheit | Wert in SI-Einheiten |
|---|---|---|
| Masse | $m_\mathrm{e} =$ | $9{,}1095 \cdot 10^{-31}$ kg |
| Wirkung, Drehimpuls | $\hbar =$ | $1{,}0546 \cdot 10^{-34}$ J s |
| Elektrische Ladung | $e =$ | $1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C |
| Länge | $a_0 := 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/m_\mathrm{e}e^2 =$ | $5{,}2918 \cdot 10^{-11}$ m |
| Energie | $E_\mathrm{h} := \hbar^2/a_0^2 m_\mathrm{e} =$ | $4{,}3598 \cdot 10^{-18}$ J |
| Zeit | $\hbar/E_\mathrm{h} =$ | $2{,}4189 \cdot 10^{-17}$ s |
| Geschwindigkeit | $v_0 := a_0 E_\mathrm{h}/\hbar =$ | $2{,}1877 \cdot 10^{6}$ m s$^{-1}$ |
| Impuls | $m_\mathrm{e} v_0 =$ | $1{,}9929 \cdot 10^{-24}$ kg m s$^{-1}$ |
| Kraft | $E_\mathrm{h}/a_0 =$ | $8{,}2389 \cdot 10^{-8}$ N |
| Elektrisches Potential | $E_\mathrm{h}/e =$ | $27{,}211$ V |

Bei den atomaren Einheiten der Länge $a_0$ (1 Bohr) und der Geschwindigkeit $v_0$ handelt es sich um den Radius bzw. die Geschwindigkeit der innersten Elektronenbahn des H-Atoms in der alten Bohrschen Quantentheorie. Die atomare Einheit der Energie $E_\mathrm{h}$ (1 Hartree) ist gleich der doppelten Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms (in der einfachsten Näherung mit unendlicher Kernmasse).

Man beachte, daß aus $\varepsilon_0\mu_0 = 1/c^2$ und aus der Definition der dimensionslosen Feinstrukturkonstanten $\alpha := \mu_0 e^2 c/4\pi\hbar = \frac{1}{137{,}04}$ folgt, daß die Lichtgeschwindigkeit in atomaren Einheiten gegeben ist durch $c = 1/\alpha = 137{,}04$.

## UMRECHNUNGSTABELLEN FÜR ENERGIE- UND DRUCKEINHEITEN

In der zweiten der drei Tabellen beziehen sich Einheiten *ohne* den Zusatz „$\mathrm{mol}^{-1}$" auf ein einziges Atom oder eine einzige Molekel.

| | ... J | ... erg | ... cal | ... ℓ atm | ... kW h |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 J = ... | 1 | $10^{7}$ | 0,23901 | $9{,}8692{\cdot}10^{-3}$ | $2{,}7778{\cdot}10^{-7}$ |
| 1 erg = ... | $10^{-7}$ | 1 | $2{,}3901{\cdot}10^{-8}$ | $9{,}8692{\cdot}10^{-10}$ | $2{,}7778{\cdot}10^{-14}$ |
| 1 cal = ... | 4,1840 | $4{,}1840\ {\cdot}10^{7}$ | 1 | $4{,}1293{\cdot}10^{-2}$ | $1{,}1622{\cdot}10^{-6}$ |
| 1 ℓ atm = ... | 101,325 | $1{,}01325{\cdot}10^{9}$ | 24,217 | 1 | $2{,}8146{\cdot}10^{-5}$ |
| 1 kW h = ... | $3{,}6000{\cdot}10^{6}$ | $3{,}6000\ {\cdot}10^{13}$ | $8{,}6042{\cdot}10^{5}$ | $3{,}5529{\cdot}10^{4}$ | 1 |

| | ... $\mathrm{J\,mol^{-1}}$ | ... J | ... eV | ... $\mathrm{cm^{-1}}$ | ... $E_\mathrm{h}$ | ... K |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 $\mathrm{J\,mol^{-1}}$ ≙ ... | 1 | $1{,}6605{\cdot}10^{-24}$ | $1{,}0364{\cdot}10^{-5}$ | $8{,}3593{\cdot}10^{-2}$ | $3{,}8088{\cdot}10^{-7}$ | 0,12027 |
| 1 J ≙ ... | $6{,}0221{\cdot}10^{23}$ | 1 | $6{,}2415{\cdot}10^{18}$ | $5{,}0341{\cdot}10^{22}$ | $2{,}2937{\cdot}10^{17}$ | $7{,}2429{\cdot}10^{22}$ |
| 1 eV ≙ ... | $9{,}6485{\cdot}10^{4}$ | $1{,}6022{\cdot}10^{-19}$ | 1 | $8{,}0655{\cdot}10^{3}$ | $3{,}6749{\cdot}10^{-2}$ | $1{,}1604{\cdot}10^{4}$ |
| 1 $\mathrm{cm^{-1}}$ ≙ ... | 11,963 | $1{,}9865{\cdot}10^{-23}$ | $1{,}2398{\cdot}10^{-4}$ | 1 | $4{,}5563{\cdot}10^{-6}$ | 1,4388 |
| $E_\mathrm{h}$ ≙ ... | $2{,}6255{\cdot}10^{6}$ | $4{,}3597{\cdot}10^{-18}$ | 27,211 | $2{,}1947{\cdot}10^{5}$ | 1 | $3{,}1577{\cdot}10^{5}$ |
| 1 K ≙ ... | 8,3145 | $1{,}3807{\cdot}10^{-23}$ | $8{,}6174{\cdot}10^{-5}$ | 0,69504 | $3{,}1668{\cdot}10^{-6}$ | 1 |

| | ... Pa | ... bar | ... atm | ... Torr |
|---|---|---|---|---|
| 1 Pa = ... | 1 | $10^{-5}$ | $9{,}8692{\cdot}10^{-6}$ | $7{,}5006{\cdot}10^{-3}$ |
| 1 bar = ... | $10^{5}$ | 1 | 0,98692 | 750,06 |
| 1 atm = ... | $1{,}01325{\cdot}10^{5}$ | 1,01325 | 1 | 760,00 |
| 1 Torr = ... | 133,32 | $1{,}3332{\cdot}10^{-3}$ | $1{,}3158{\cdot}10^{-3}$ | 1 |

## WICHTIGE PHYSIKALISCHE KONSTANTEN

Die Werte von $\mu_0$ und $c$ sind wegen entsprechender Definition der Einheiten exakt. Bei allen anderen Konstanten ist die Standardabweichung um eine Größenordnung kleiner als die letzte angegebene Stelle.

| | |
|---|---|
| Avogadro- oder Loschmidt-Konstante | $\mathcal{N} = 6{,}02214 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ |
| Gaskonstante | $R = 8{,}3145\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$ <br> $= 1{,}9872\,\mathrm{cal\,K^{-1}\,mol^{-1}}$ <br> $= 0{,}082058\,\ell\,\mathrm{atm\,K^{-1}\,mol^{-1}}$ <br> $= 62364\,\mathrm{Torr\,cm^3\,K^{-1}\,mol^{-1}}$ |
| Boltzmann-Konstante | $k = R/\mathcal{N} = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$ |
| Elementarladung | $e = 1{,}602177 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ |
| Faraday-Konstante | $\mathcal{F} = \mathcal{N}e = 96\,485{,}3\,\mathrm{C\,mol^{-1}}$ |
| Vakuum-Dielektrizitätskonstante | $\varepsilon_0 = 8{,}854187\ldots \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F\,m^{-1}}$ <br> $1/4\pi\varepsilon_0 = 8{,}987552\ldots \cdot 10^{9}\,\mathrm{F^{-1}\,m}$ |
| Vakuum-Permeabilität | $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N\,A^{-2}}$ |
| Vakuum-Lichtgeschwindigkeit | $c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ |
| Gravitationskonstante | $G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ |
| Planck-Konstante | $h = 6{,}62608 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ <br> $\hbar = h/2\pi = 1{,}054573 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ |
| Feinstrukturkonstante | $\alpha = \mu_0 e^2 c/2h = 1/137{,}03599$ |
| Masse des Elektrons <br> Masse des Protons <br> Masse des Neutrons | $m_\mathrm{e} = 9{,}10939 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ <br> $m_\mathrm{p} = 1{,}67262 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ <br> $m_\mathrm{n} = 1{,}67493 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ |
| Massenverhältnis Proton–Elektron | $m_\mathrm{p}/m_\mathrm{e} = 1836{,}1527$ |
| Rydberg-Konstante <br> (unendl. Kernmasse bzw. H-Atom) | $R_\infty = m_\mathrm{e}e^4/8\varepsilon_0^2 h^3 c = 109\,737{,}315\,\mathrm{cm^{-1}}$ <br> $R_\mathrm{H} = R_\infty/(1+\frac{m_\mathrm{e}}{m_\mathrm{p}}) = 109\,677{,}583\,\mathrm{cm^{-1}}$ |
| Bohrscher Radius | $a_0 = 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/m_\mathrm{e}e^2 = 0{,}5291772\,\text{Å}$ |
| Bohrsches Magneton <br> Kernmagneton | $\mu_\mathrm{B} = e\hbar/2m_\mathrm{e} = 9{,}27401 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{J\,T^{-1}}$ <br> $\mu_\mathrm{N} = e\hbar/2m_\mathrm{p} = 5{,}05079 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{J\,T^{-1}}$ |
| $g$-Faktor des Elektrons | $g_\mathrm{e} = 2{,}0023193044$ |
| Wiensche Konstante | $\lambda_{\max}T = 2{,}8978 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K\,m}$ |
| Stefan–Boltzmann-Konstante | $\sigma = \frac{2}{15}\pi^5 k^4/h^3c^2 = 5{,}671 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$ |